**11. Метод Зейделя. Условия применения.**

Этот метод является модификацией метода простых итераций и в некоторых случаях приводит к более быстрой сходимости. Итерации по методу Зейделя отличаются от простых итераций тем, что при нахождении *i-й* компоненты *(k+1)-го* приближения сразу используются уже найденные компоненты *(k+1)-го* приближения с меньшими номерами . При рассмотрении развернутой формы системы итерационный процесс записывается в виде:

В каждое последующее уравнение подставляются значения неизвестных, полученных из предыдущих уравнений.

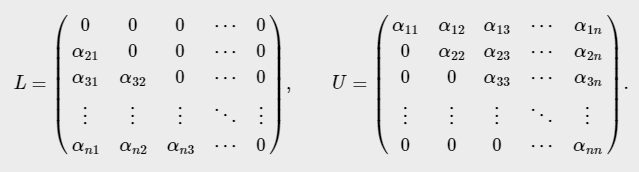
- квадратная матрица порядка n, - столбец свободных коэффициентов, верхним индексом в скобках обозначается номер итерации.

**Теорема 1 о достаточном условии сходимости метода простых итераций**: Метод простых итераций, реализующийся в процессе последовательных приближений, сходится к единственному решению исходной системы при любом начальном приближении со скоростью не медленнее геометрической прогрессии, если какая-либо норма матрицы меньше единицы, т.е.

**Теорема 2 о необходимом и достаточном условии сходимости метода простых итераций:** Для сходимости метода простых итераций при любых и необходимо и достаточно, чтобы собственные значения матрицы были по модулю меньше единицы, т.е. .

**Теорема 3 о достаточном условии сходимости метода Зейделя**: Если для системы какая - либо норма матрицы меньше единицы, то есть , , то процесс последовательных приближений (1) сходится к единственному решению исходной системы при любом начальном приближении .

Записывая (1) в матричной форме, получаем: (2), где L, U являются разложениями матрицы :



Преобразуя (2) к виду , получаем матричную форму итерационного процесса метода Зейделя:

(3)

Тогда достаточное, а также необходимое и достаточное условия сходимости будут соответственно такими по теоремам 1 и 2:

*,*

**Алгоритм метода Зейделя:**

1. Преобразовать систему к виду одним из описанных способов.
2. Задать начальное приближение решения произвольно или положить , а также малое положительное число (точность). Положить *k = 0*.
3. Произвести расчеты по формулам (1) или (2) и найти .
4. Если выполнено условие окончания , процесс завершить и в качестве приближенного решения задачи принять . Иначе положить *k = k + 1* и перейти к пункту 3.